4170109 Matematik

8. Hafta — Tepe Noktası ve Gelir Maksimizasyonu

13 Kasım 2026

https://eozyerden.github.io/4170109-matematik/

14 Haftalık Program

1. Sayılar, işlem kuralları, üslü sayılar, mutlak değer
2. Denklem ve eşitsizlikler
3. Fonksiyon kavramı, doğrusal fonksiyonlar
4. Eğim ve değişim oranı
5. Arz, talep, piyasa dengesi
6. Maliyet, gelir, kâr, başa baş
7. İkinci dereceden fonksiyonlar, parabol

8. Tepe noktası, gelir maksimizasyonu

9. Ters fonksiyon, üstel fonksiyonlar
10. Logaritma, bileşik faiz, bugünkü değer
11. Ortalama değişimden anlık değişime: limit, süreklilik
12. Türev ve türev alma kuralları
13. Marjinal maliyet ve marjinal gelir
14. Ekstremum, türevle optimizasyon

Takvim — 20 Kasım ve Vize

- 20 Kasım'da ders yok; bu dersin telafisi yapılacak, tarih ve derslik sonra duyurulacak.
- Konu sırası değişmez; telafi dersinde sırada hangi konu varsa o işlenir.
- Vize 25 Kasım Çarşamba günü saat 17.00'de yapılacak.

Bugünün Planı

1. saat: gelir maksimizasyonu

- İki gözlemden talep
- Gelir ve en yüksek gelir
- Kira örneği

2. saat: 1-7. haftaların tekrarı

- Vize
- 1-7. haftalardan sorular

Geçen Hafta Tekrarı

- Gelir talepten çıkar: $R = p \cdot q$. Talep bir doğruysa gelir bir paraboldür.
- Tepe noktası geliri en yüksek yapan satış miktarını verir.
- Başa baş noktasında gelir ve maliyet fonksiyonları eşitlenir: $R = TC$. İki başa baş noktası olabilir, kâr aralarındadır.
- Geçen hafta talep hep verilmişti.
- Bugünün sorusu: talep verilmezse en yüksek geliri bulabilir miyiz?

Örnek — 5. Haftanın Talebi

5. haftanın örneği: bir malın tonu 80 bin TL iken 10 ton, tonu 40 bin TL iken 20 ton talep ediliyor. Talep doğrusaldır (q: ton, p: ton fiyatı, bin TL). Talep fonksiyonunu $p = f(q)$ biçiminde yazınız.

Kira Örneği — Tablo

Bir sitede 360 daire var. Aylık kira 600 ile 900 TL arasında olacak. Kira 600 TL olursa bütün daireler kiralanır. Kiranın her 50 TL'lik artışında 20 kiracı daireyi kiralamaktan vazgeçer. Kira ile kiralanan daire sayısı arasındaki ilişki doğrusaldır. Kira gelirinin en yüksek olması için kira kaç TL olmalı? Kaç daire kiralanır? Tabloyu doldurunuz. (s.108)

p (TL)	600	650	700	750	800	850	900
q (daire)							
$R = p \cdot q$							

Kira Örneği — İki Gözlemden Talep

7. slayttaki kira sorusu için talep fonksiyonunu $p = f(q)$ biçiminde yazınız (q: kiralanan daire, p: aylık kira, TL). (s.108)

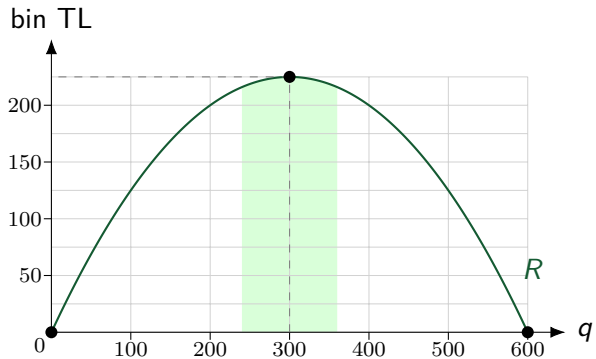
Kira Örneği — En Yüksek Gelir

Talep $p = -\frac{5}{2}q + 1500$. Kira gelirini q cinsinden yazınız. Geliri en yüksek yapan daire sayısını, kirayı ve en yüksek geliri bulunuz. (s.108)

Kira Örneği — Yorum

Kira geliri $R = -\frac{5}{2}q^2 + 1500q$ (q: kiralanan daire, R: TL).
a) Gelirin köklerini bulunuz. $q = 600$'de kira kaç TL olur?
b) 280 daire kiralanırsa gelir kaç TL olur? 320 daire kiralanırsa? İki geliri karşılaştırınız.
c) Kira 600 ile 900 TL arasında olmalı. Kiralanan daire sayısı hangi aralıkta olur? Tepe noktası bu aralıkta mı?

Kira Geliri Grafiği



10. slayt: $R = -\frac{5}{2}q^2 + 1500q$ $(0 \le q \le 600)$

$(0,\ 0)$, $(300,\ 225.000)$, $(600,\ 0)$; yeşil bant: kira 600-900 TL $(240 \le q \le 360)$

Örnek — Gözlemlerden Biri Eksende

Bir ürünün fiyatı 55 TL iken 45 birim talep ediliyor. Fiyat 235 TL olunca hiç talep olmuyor. Talep doğrusaldır. Talep fonksiyonunu $p = f(q)$ biçiminde yazınız (q: birim, p: TL). (M-1 s.168)

Alıştırma — İki Gözlemden En Yüksek Gelir

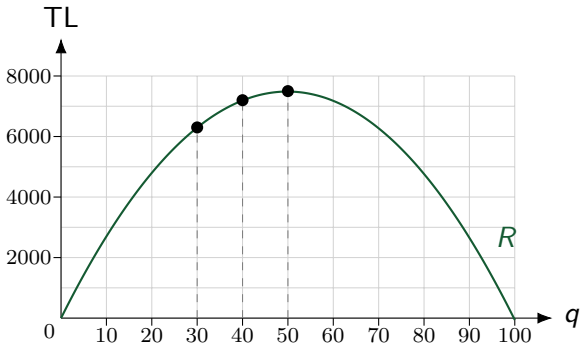
Bir depo palet başına günlük ücret alıyor. Ücret 210 TL iken günde 30 palet, 180 TL iken 40 palet depolanıyor. Talep doğrusaldır.

a) Talep fonksiyonunu yazınız (q: palet, p: TL).

b) Geliri en yüksek yapan palet sayısını, ücreti ve en yüksek geliri bulunuz.

c) Depo şu an günde 40 palet depoluyor. Gelirini artırmak için daha çok mu, daha az mı palet depolamalı?

Gelir Grafiği



13. slayt: $R = -3q^2 + 300q$ $(0 \leq q \leq 100)$

$(30,\ 6300)$, $(40,\ 7200)$, $(50,\ 7500)$: gelir 50 palete kadar artar, sonra azalır

Alıştırma — Değişim Bilgisinden Talep

Bir otoparkta günlük ücret 80 TL iken günde 100 araç geliyor. Ücretin her 10 TL'lik artışında günde 5 araç daha az geliyor. Talep doğrusaldır.

a) Talep fonksiyonunu yazınız (q: araç, p: TL).

b) Geliri en yüksek yapan araç sayısını, ücreti ve en yüksek geliri bulunuz.

c) Otoparka şu an günde 100 araç geliyor. Gelirin artması için araç sayısı artmalı mı, azalmalı mı?

Alıştırma — Aynı Gelir, İki Fiyat

Bir otobüs firması, bilet fiyatı 120 TL iken her seferde 20 bilet, 80 TL iken 30 bilet satıyor. Talep doğrusaldır (q: bilet, p: TL).

a) İki fiyattaki geliri bulunuz.

b) Hesap yapmadan tahmin ediniz: geliri en yüksek yapan satış miktarı kaçtır?

c) Talep fonksiyonunu yazıp tahmininizi kontrol ediniz. En yüksek geliri ve bu miktardaki fiyatı bulunuz.

Tersten — En Yüksek Gelirden Talep

Bir nakliye firması parça eşya taşıyor. İş başına ücret 240 TL iken haftada 20 iş alıyor. Gelir, 30 iş alındığında en yüksek oluyor. Talep doğrusaldır (q: iş, p: TL). Talep fonksiyonunu, en yüksek geliri ve bu miktardaki ücreti bulunuz.

Bu Haftanın Yöntemi — Özet

- Talep verilmezse iki gözlemden kurulur: önce eğim, sonra nokta.
- Bir gözlem ve bir değişim bilgisi de yeter: "Kiranın her 50 TL'lik artışında 20 kiracı daireyi kiralamaktan vazgeçer."
- Gelir $R = p \cdot q$, kolları aşağı doğru olan bir paraboldür.
- Tepe noktasının, sorunun verdiği aralıkta olup olmadığına bakılır.
- Tepe noktası satış miktarını verir; fiyat talepten çıkar. Miktar ile fiyat birbirine bağlıdır: biri seçilince öbürü belli olur.

Ara

Vize

- Tarih: 25 Kasım 2026 Çarşamba, saat 17.00 (ders saati dışında).
- Yer: Derslik 19 ve Derslik 20.
- Kapsam: 1-7. haftaların konuları.
  - Bugünün yeni adımı vizede yok: iki gözlemden kurulan talepten en yüksek gelir.
  - İki gözlemden talep 5. haftanın konusu; vizede var.
  - Gelir 6. haftanın konusu; vizede var.
  - Talep verilince en yüksek gelir 7. haftanın konusu; vizede var.
- Sınavda 25 soru var, süre 45 dakika. Sorular 5 şıklı; cevaplar optik forma işaretlenir.
- A ve B grupları var.
- Her soru 4 puan. Yanlış cevap doğru cevabı götürmez.
- Hesap makinesi kullanılmaz.

Tekrar — Denklem Sistemi

Bir lojistik firmasının 26 aracı var: kamyonet ve kamyon. Kamyonet 2 ton, kamyon 5 ton yük taşıyor. Bütün araçlar dolu çıkınca 82 ton yük taşınıyor.
a) Denklem sistemini kurunuz. b) Kaç kamyonet, kaç kamyon var?

Tekrar — Eşitsizlik ve Parabol

$f(x) = x^2 - 4x - 5$. a) Kökleri bulunuz.
b) $f(x) \leq 0$ olan x değerlerini bulunuz. c) Tepe noktasını bulunuz.
d) b'de bulduğunuz aralıkta parabol x ekseninin neresindedir?

x							
$f(x)$							

Tekrar — Tanım Kümesi

$f(x) = \sqrt{15 - 3x}$, $g(x) = \dfrac{6}{x-3}$.

a) f'nin tanım kümesini bulunuz. b) g'nin tanım kümesini bulunuz.
c) $f(5)$, $g(3)$ ve $(f+g)(2)$ hesaplanabiliyorsa bulunuz.

Tekrar — Doğru ve Eğimin Anlamı

Bir deponun jeneratör tankında 2. günün sonunda 330 litre, 5. günün sonunda 240 litre yakıt var. Yakıt her gün aynı miktarda azalıyor (x: gün, y: litre).
a) Eğimi bulunuz; ne anlatır? b) Doğrunun denklemini yazınız.
c) Doğrunun eksenleri kestiği noktalar neyi gösterir?

Tekrar — Piyasa Dengesi

Talep $2q + p = 150$, arz $p = 2q + 70$ (q: ton, p: ton fiyatı, bin TL).
a) Talebi $p = f(q)$ biçiminde yazınız. Eğim ne anlatır?
b) Piyasa dengesini bulunuz.
c) Fiyat 130 bin TL olursa arz fazlası mı, talep fazlası mı olur? Ne kadar?

Tekrar — Başa Baş ve Kâr Hedefi

Bir atölye ürününü 65 TL'ye satıyor. Ürünün birim maliyeti 35 TL, atölyenin aylık sabit maliyeti 4200 TL.

a) TC, R ve π'yi yazınız.

b) Başa baş miktarını ve gelirini bulunuz. Bu miktardan az ürün satılırsa ne olur?

c) Aylık kâr en az 1800 TL olsun. En az kaç ürün satılmalı?

Tekrar — İki Seçenek

Bir e-ticaret işletmesi iki kargo firmasından birini seçecek. A firması aylık 1200 TL sabit ücret ve gönderi başına 18 TL alıyor. B firması sabit ücret almıyor, gönderi başına 30 TL alıyor.

a) İki maliyet fonksiyonunu yazınız (x: aylık gönderi sayısı).

b) Kaç gönderi yapılırsa maliyetler eşit olur?

c) En az kaç gönderi yapılırsa A firması daha ucuz olur?

Tekrar — Gelir, Maliyet, Başa Baş

Bir firma katlanır kasa üretiyor. Talep $p = -2q + 140$ (q: aylık kasa sayısı, p: TL). Kasa başına maliyet 20 TL, aylık sabit maliyet 1600 TL.

a) R ve TC'yi yazınız. b) Başa baş noktalarını bulunuz.

c) Kaç kasa satılırsa kâr edilir?

d) Geliri en yüksek yapan satış miktarında firma kâr eder mi?

Tekrar — Parabol ile Doğru

$f(x) = x^2 + x - 1$ parabolü ile $g(x) = -2x - 3$ doğrusunun kesişim noktalarını bulunuz.

Vizeye Hazırlık

- Çalışma soruları 1-7'yi, özellikle Karma Sorular bölümünü çözünüz; sonuçları Cevaplar sayfasıyla karşılaştırınız.
- Derste çözülen her sorunun çözümü ders notlarında var.
- Temel işlemlerde eksiğiniz varsa Temel İşlemler Rehberi'ne bakınız.
- Bugünün 2. saatindeki soruların çözümleri 8. haftanın ders notunda olacak.