7. Hafta Çalışma Soruları

4170109 Matematik — İkinci dereceden fonksiyonlar ve parabol

İkinci Dereceden Fonksiyon ve Parabol

1. Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) $f(x) = 3x - x^2$, $g(x) = (x+1)^2 - x^2$ ve $h(x) = \frac{1}{2}x^2 + 4$ fonksiyonlarından hangileri ikinci dereceden fonksiyondur? Olanların a katsayısını ve kollarının yönünü yazınız.

b) $f(x) = -3x^2 + 1$, $g(x) = \frac{1}{2}x^2 - x$ ve $h(x) = 2x^2 + 5x$ fonksiyonlarını kollarının açıklığına göre dardan genişe sıralayınız.

Tepe Noktası

2. Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) $f(x) = -x^2 + 6x - 4$ fonksiyonunun tepe noktasını bulunuz.

b) $f(x) = -3x^2 + 6x + 4$ fonksiyonunun tepe noktasını bulunuz. (s.112)

c) $f(x) = x^2 + bx + 7$ parabolünün tepe noktasının x değeri -3'tür. b kaçtır? Tepe noktasını bulunuz.

Eksen Kesişimleri ve Δ

3. Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) $f(x) = 3x^2 - 7x + 2$ fonksiyonunun eksenleri kestiği noktaları bulunuz. (s.109)

b) $f(x) = 2x^2 - 5x$ fonksiyonunun eksenleri kestiği noktaları bulunuz. (s.114)

c) $f(x) = -x^2 + 4x - 5$ fonksiyonunun Δ'sını ve tepe noktasını bulunuz. Parabol x eksenini kesiyor mu? $f(x)$'in değerleri pozitif mi, negatif mi?

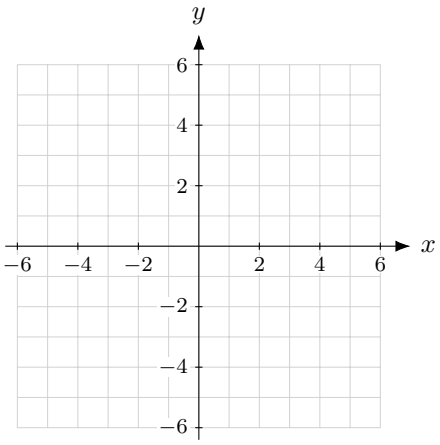
d) $f(x) = 4x^2 - 12x + 9$ fonksiyonunun Δ'sını bulunuz. Parabol x ekseniyle nasıl bir ilişki içindedir?

e) $f(x) = -2x^2 + 5x + c$ parabolü $(1, 5)$ noktasından geçiyor. c kaçtır? (s.113)

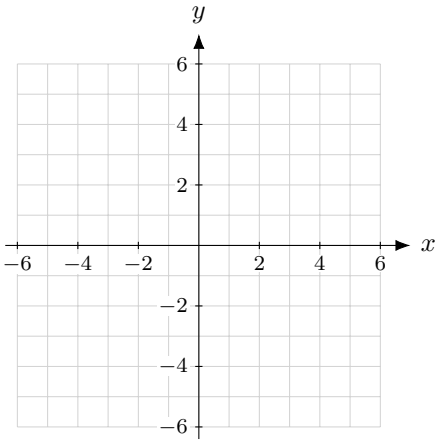
Parabol Çizimi

4. Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) $f(x) = x^2 + 4x + 3$ fonksiyonunun tepe noktasını ve eksen kesişimlerini bulup parabolü çiziniz.

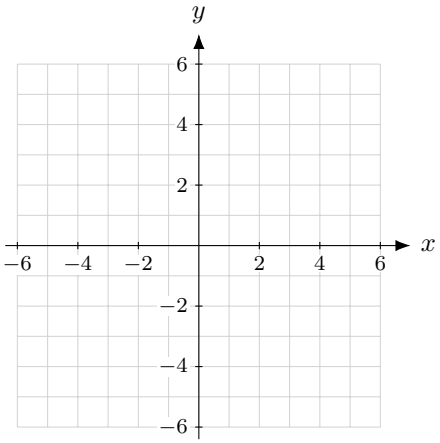


b) $f(x) = -x^2 + x + 2$ fonksiyonunun tepe noktasını ve eksen kesişimlerini bulup parabolü çiziniz.

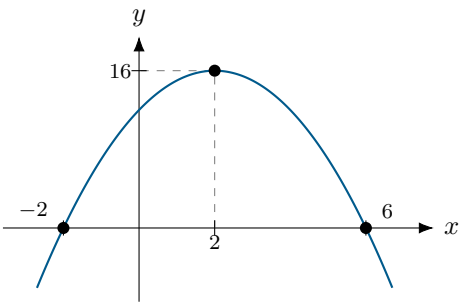


c) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3$ için tabloyu doldurunuz. Tepe noktasını işaretleyip parabolü çiziniz.

x	-4	-2	0	2	4
$f(x)$					



5. Yandaki grafik ikinci dereceden bir fonksiyonun grafiğidir. Grafik $f(x) = -x^2 + 4x + 12$, $g(x) = -x^2 + 4x - 12$ ve $h(x) = -x^2 + 4x + 16$ fonksiyonlarından hangisine aittir? Nedenini yazınız. (s.112) *



Gelir Fonksiyonu

6. Bir ürünün talep fonksiyonu $p = -2q + 80$'dir (q: adet, p: TL).

a) Gelir fonksiyonunu yazınız.

b) R'nin q eksenini kestiği noktaları bulunuz. Bu noktalar ne anlatır?

c) Geliri en yüksek yapan satış miktarını, en yüksek geliri ve bu miktardaki fiyatı bulunuz.

d) İşletme şu an 30 adet satıyor. Geliri artırmak için daha çok mu, daha az mı satmalı? Nedenini yazınız.

7. Bir ürünün talep fonksiyonu $p = -5q + k$'dir (q: adet, p: TL). Geliri en yüksek yapan fiyat 60 TL'dir. k'yi, geliri en yüksek yapan satış miktarını ve en yüksek geliri bulunuz.

Parabol ile Doğrunun Kesişimi

8. Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) $f(x) = x^2 - 3x + 1$ parabolü ile $g(x) = 2x - 3$ doğrusunun kesişim noktalarını bulunuz.

b) $f(x) = x^2 + 2x + 3$ parabolü ile $g(x) = -2x + k$ doğrusu teğettir. k kaçtır? Teğet noktasını bulunuz. *

Gelir ve Maliyet

9. Bir ürünün gelir fonksiyonu $R = -q^2 + 70q$, maliyet fonksiyonu $TC = 10q + 500$'dür (q: adet; R ve TC: TL).

a) Başa baş noktalarını bulunuz.

b) Kaç adet satılırsa kâr edilir? Eşitsizliği kurup çözünüz.

Karma Sorular

10. Bir peynir üreticisinin talep denklemi $q + 2p = 180$'dir (q: kg, p: kilogram fiyatı, TL).

a) Talep fonksiyonunu $p = f(q)$ biçiminde yazınız. Eğimin anlamını bir cümleyle yazınız.

b) Geliri en yüksek yapan satış miktarını, en yüksek geliri ve bu miktardaki fiyatı bulunuz.

c) Gelirin q eksenini kestiği noktaları bulunuz. Bu noktaları talebin anlamlı aralığıyla karşılaştırınız.

11. Bir atölye deri çanta üretiyor. Atölyenin aylık sabit maliyeti 7000 TL. Bir çantanın malzeme ve işçilik maliyeti 300 TL. Çantaların talep fonksiyonu $p = -20q + 1200$'dür (q: aylık çanta sayısı, p: çanta fiyatı, TL).

a) Maliyet ve gelir fonksiyonlarını yazınız.

b) Başa baş noktalarını bulunuz.

c) Atölye ayda kaç çanta satarsa kâr eder? Eşitsizliği kurup çözünüz.

d) Atölyenin geliri, ayda 30 çanta satıldığında en yüksektir. Bu durumda atölye kâr eder mi? Ne kadar? Sonucu bir cümleyle yorumlayınız.

12. Bir fırında bir tepsi baklava 1200 TL iken haftada 30 tepsi, 1000 TL iken haftada 40 tepsi satılıyor. Talep doğrusaldır (q: haftalık tepsi sayısı, p: tepsi fiyatı, TL).

a) Talep fonksiyonunu $p = f(q)$ biçiminde yazınız.

b) Eğimin anlamını bir cümleyle yazınız. Fiyat ve tepsi sayısı negatif olamaz. Bu fonksiyonun anlamlı tanım kümesini yazınız.

* işaretli soruların çözümü ders notundadır.

Soruları yapay zekâ asistanına yazarken üslü ifadeleri `x^2`, kesirli katsayıları `(1/2)x^2` biçiminde yazabilirsiniz.

(s.112) gibi işaretlenmiş örnek ve sorular şu kaynaktan alınmış veya uyarlanmıştır: Eroğlu, E. Temel Matematik. İstanbul Üniversitesi Açık ve Uzaktan Eğitim Fakültesi.

Cevaplar

1. a) f ve h ikinci dereceden: $f(x) = -x^2 + 3x$, $a = -1$, kollar aşağı; h: $a = \frac{1}{2}$, kollar yukarı; $g(x) = 2x + 1$ ikinci dereceden değil; b) f, h, g

2. a) $(3, 5)$; b) $(1, 7)$; c) $b = 6$; tepe noktası $(-3, -2)$

3. a) $\left(\frac{1}{3}, 0\right)$, $(2, 0)$; $(0, 2)$; b) $(0, 0)$, $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$; c) $\Delta = -4$; tepe noktası $(2, -1)$; kesmez; her x için negatif; d) $\Delta = 0$; x eksenine $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ noktasında teğet; e) $c = 2$

4. a) tepe noktası $(-2, -1)$; $(0, 3)$; $(-3, 0)$, $(-1, 0)$; b) tepe noktası $\left(\frac{1}{2}, \frac{9}{4}\right)$; $(0, 2)$; $(-1, 0)$, $(2, 0)$; c) 5, -1, -3, -1, 5; tepe noktası $(0, -3)$

5. f: kökleri -2 ve 6, $f(2) = 16$; g x eksenini kesmez ($\Delta = -32$); $h(2) = 20$

6. a) $R = -2q^2 + 80q$; b) $q = 0$ (satış yok) ve $q = 40$ (fiyat sıfır); c) 20 adet, 800 TL, 40 TL; d) daha az satmalı ($20 < 30$); satış 20 adede inince fiyat 40 TL'ye çıkar, gelir 600 TL'den 800 TL'ye çıkar

7. $k = 120$; 12 adet; 720 TL

8. a) $(1, -1)$, $(4, 5)$; b) $k = -1$; teğet noktası $(-2, 3)$

9. a) $(10,\ 600)$, $(50,\ 1000)$; b) $10 < q < 50$, yani en az 11, en fazla 49 adet

10. a) $p = -\frac{1}{2}q + 90$; satış 2 kg artınca kilogram fiyatı 1 TL düşer; b) 90 kg, 4050 TL, 45 TL; c) $q = 0$ ve $q = 180$; talebin anlamlı aralığı $0 \le q \le 180$, yani $[0, 180]$; kökler bu aralığın uçları; gelir aralığın ortasında, 90 kg satıldığında en yüksek

11. a) $TC = 300q + 7000$, $R = -20q^2 + 1200q$; b) $(10,\ 10.000)$, $(35,\ 17.500)$; c) $10 < q < 35$, yani en az 11, en fazla 34 çanta; d) kâr eder: gelir 18.000 TL, maliyet 16.000 TL, kâr 2000 TL; 30 çanta kâr aralığının içinde

12. a) $p = -20q + 1800$; b) satış 1 tepsi artınca fiyat 20 TL düşer; tanım kümesi $\{0, 1, 2, \ldots, 90\}$