4170109 Matematik

6. Hafta — Maliyet, Gelir, Kâr ve Başa Baş Analizi

30 Ekim 2026

https://eozyerden.github.io/4170109-matematik/

14 Haftalık Program

1. Sayılar, işlem kuralları, üslü sayılar, mutlak değer
2. Denklem ve eşitsizlikler
3. Fonksiyon kavramı, doğrusal fonksiyonlar
4. Eğim ve değişim oranı
5. Arz, talep, piyasa dengesi
6. **Maliyet, gelir, kâr, başa baş**
7. İkinci dereceden fonksiyonlar, parabol
8. Tepe noktası, gelir maksimizasyonu
9. Ters fonksiyon, üstel fonksiyonlar
10. Logaritma, bileşik faiz, bugünkü değer
11. Ortalama değişimden anlık değişime: limit, süreklilik
12. Türev ve türev alma kuralları
13. Marjinal maliyet ve marjinal gelir
14. Ekstremum, türevle optimizasyon

Bugünün Planı

1. saat: maliyet, gelir, kâr

- Geçen hafta tekrarı
- Maliyet, gelir ve kâr fonksiyonları
- Değer tablosu
- Başa baş noktası
- Kâr için en az kaç birim?
- Alıştırma

2. saat: başa baş problemleri

- Kâr hedefi
- Tersten soru
- Fiyat değişirse
- İki seçeneği karşılaştırma
- Alıştırma

Geçen Hafta Tekrarı

- Piyasa dengesinde arz ve talep fonksiyonları eşitlendi; kesişim noktası denge miktarını ve denge fiyatını verdi
- Geçen hafta fiyat miktara bağlıydı: $p = f(q)$
- Bugün tek bir işletmeye bakıyoruz. Bu hafta işletme her birimi aynı fiyattan satar: p sabit bir sayıdır.
- Bugün de iki doğru eşitlenir: gelir ve maliyet

Sabit ve Değişken Maliyet

(s.34)

- Üretim miktarı değişse de değişmeyen maliyete **sabit maliyet** (fixed cost) denir: kira, sigorta gibi
- Üretim miktarıyla birlikte değişen maliyete **değişken maliyet** (variable cost) denir: hammadde, ambalaj gibi
- Bir birimin maliyetine **birim maliyet** denir
- Toplam değişken maliyet, birim maliyet ile üretim miktarının çarpımıdır
- Toplam maliyet, sabit maliyet ile toplam değişken maliyetin toplamıdır

Maliyet Fonksiyonu

(s.34-35)

- FC: sabit maliyet, c: birim maliyet, q: üretim miktarı
- Toplam değişken maliyet: $VC = c \cdot q$
- **Toplam maliyet** (total cost): $TC = VC + FC$, yani $TC = c \cdot q + FC$
- TC doğrusunun eğimi c'dir: bir birim fazla üretmek maliyeti c kadar artırır
- TC doğrusu düşey ekseni FC'de keser: hiç üretim yokken de sabit maliyet ödenir

Gelir Fonksiyonu

(s.34)

- p: birim satış fiyatı, q: satış miktarı
- **Toplam gelir** (total revenue), birim satış fiyatı ile satış miktarının çarpımıdır: $R = p \cdot q$
- Bu hafta işletme her birimi aynı fiyattan satar: p sabit bir sayıdır.
- R doğrusu $(0, 0)$ noktasından geçer; eğimi p'dir

Kâr Fonksiyonu

(s.35)

- **Kâr**, toplam gelirden toplam maliyet çıkarılarak bulunur: $\pi(q) = R(q) - TC(q)$
- Açık yazılırsa: $\pi = p \cdot q - (c \cdot q + FC) = (p - c) \cdot q - FC$
- $(p - c)$ farkı **birim kâr**dır: bir birim fazla satılınca kâr bu kadar artar
- Buradaki π bir sayı değil, kârın adıdır (İngilizce profit).
- Kitapta kâr P ile gösterilir; bu derste π kullanılır

Kâr Fonksiyonu — Örnek

Bir işletmenin aylık sabit maliyeti 3000 TL, birim maliyeti 100 TL, birim satış fiyatı 160 TL. TC, R ve π fonksiyonlarını yazınız. İşletme ayda 30 birim üretip satarsa kâr mı eder, zarar mı?

Maliyet, Gelir ve Kâr — Değer Tablosu

9. slayttaki işletme ($FC = 3000$ TL, $c = 100$ TL, $p = 160$ TL). Tabloyu doldurunuz; son sütunda miktarı bulunuz. Hangi sütunda $R = TC$?

q	10	20	30	40	50	
TC						9000
R						
π						

Başa Baş Noktası

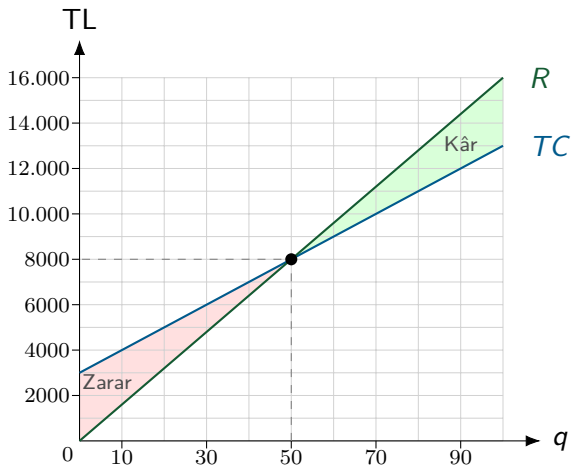
(s.34)

- Gelirin maliyete eşit olduğu, yani kârın sıfır olduğu noktaya **başa baş noktası** (break-even) denir
- Gelir ve maliyet fonksiyonları eşitlenir: $R = TC$. Ya da kâr sıfıra eşitlenir: $\pi = 0$. İkisi aynı denklemi verir.
- Bulunan miktar **başa baş miktarı**dır (kitapta: "başabaş noktası satış miktarı")
- Bu miktardaki gelir **başa baş geliri**dir

Başa Baş Noktası — Örnek

9. slayttaki işletme ($FC = 3000$ TL, $c = 100$ TL, $p = 160$ TL). Başa baş miktarını ve başa baş gelirini bulunuz.

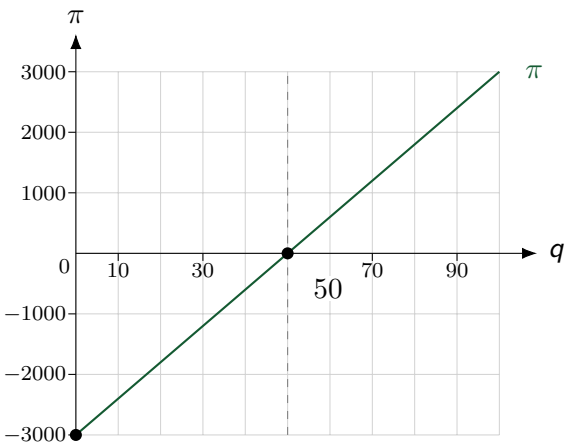
Başa Baş Noktası — Grafikte Gösterimi



(s.35)

- Kesişim $(50,\ 8000)$: başa baş noktası
- $q < 50$: R doğrusu TC doğrusunun altında, zarar
- $q > 50$: R doğrusu TC doğrusunun üstünde, kâr
- TC doğrusu düşey ekseni 3000'de keser: sabit maliyet

Kâr Doğrusu ve Eksen Kesişimleri



9. slayttaki işletme: $\pi = 60q - 3000$

- $q = 0$'da $\pi = -3000$: satış yoksa sabit maliyet kadar zarar
- $\pi = 0$'da $q = 50$: doğru yatay ekseni başa baş miktarında keser
- Eğim 60, birim kârdır: her birim kârı 60 TL artırır
- R ile TC arasındaki dikey uzaklık π'dir: $q = 80$'de $12.800 - 11.000 = 1800 = \pi(80)$

Kâr İçin En Az Kaç Birim? — Örnek

Yeni bir işletmenin sabit maliyeti 2000 TL, birim maliyeti 50 TL, birim satış fiyatı 80 TL. Kâr etmek için en az kaç birim satmalıdır?

Alıştırma — İki Gözlemden Maliyet Fonksiyonu

Bir işletmenin toplam maliyeti doğrusaldır: 300 birimde 11.000 TL, 700 birimde 19.000 TL.

a) Maliyet fonksiyonunu bulunuz.

b) Fonksiyondaki iki sayı neyi gösterir?

c) Ürünün fiyatı 45 TL ise kâr fonksiyonunu yazınız.

Alıştırma — Şeker Üreticisi

Şeker üreten bir firmanın sabit maliyeti 1000 TL. Bir şekerin maliyeti 15 TL; firma şekerin tanesini 25 TL'ye satıyor. Başa baş miktarını ve başa baş gelirini bulunuz. (s.48)

Alıştırma — Başa Baş Var mı?

Bir ürünün sabit maliyeti 1500 TL, birim maliyeti 48 TL. Ürün 44 TL'den satılıyor. Bu ürün kaç birim satılırsa başa baş noktasına gelir?

Ara

Kâr Hedefi

- Başa baş noktasında kâr sıfırdır
- İşletme belli bir kâr hedefliyorsa kâr fonksiyonu bu hedefe eşitlenir: $\pi =$ hedef
- Aynı şey: gelir, maliyetten hedef kadar fazladır: $R = TC +$ hedef
- Başa baş, hedefin sıfır olduğu durumdur

Kâr Hedefi — Örnek

Bir firma birim maliyeti 5 TL olan bir ürün üretiyor. Aylık sabit giderleri 2000 TL. Ürünü 8 TL'ye satıyor. Ayda 7000 TL kâr etmek için kaç ürün üretip satmalıdır? (s.36)

Tersten — Başa Baştan Birim Maliyet

Bir ürünün gelir fonksiyonu $R = 40q$, sabit maliyeti 5000 TL. Bu üründen 1000 adet satılınca başa baş noktasına geliniyor. Birim maliyet kaç TL'dir? (M-1 s.174)

Fiyat Değişirse Başa Baş — Örnek

Bir ürünün sabit maliyeti 6300 TL, birim maliyeti 55 TL. Ürün 125 TL'den satılıyor. Başa baş miktarını bulunuz. Fiyat 145 TL'ye çıkarsa başa baş miktarı nasıl değişir?

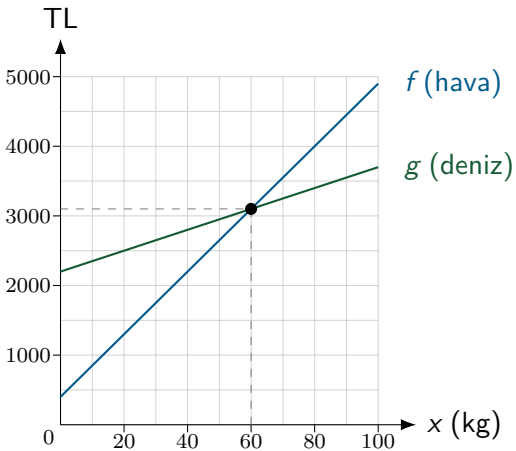
İki Seçeneği Karşılaştırma

- İki seçeneğin maliyeti: sabit ücret + birim ücret · miktar
- Maliyetlerin eşit olduğu miktarı bulmak için iki fonksiyon eşitlenir: $f(x) = g(x)$
- Bu miktarın bir yanında bir seçenek, öbür yanında öbür seçenek ucuzdur
- Sabit ücreti düşük olan küçük miktarlarda, birim ücreti düşük olan büyük miktarlarda avantajlıdır
- Yöntem başa başla aynıdır: iki doğrunun kesişimi. Piyasa dengesi de iki doğrunun kesişimiydi.

İki Seçenek — Örnek

Bir yük hava ya da deniz yoluyla gönderilecek. Hava yolunun maliyeti $f(x) = 45x + 400$, deniz yolununki $g(x) = 15x + 2200$ (x: kg, maliyet: TL). Kaç kg'da iki maliyet eşit olur? Hangi ağırlıklarda hava yolu daha ucuzdur?

İki Seçenek — Grafik ve Yorum



- Kesişim $(60,\ 3100)$: 60 kg'da iki maliyet eşit
- 60 kg'dan hafif yükte hava yolu ucuz: f doğrusu altta
- 60 kg'dan ağır yükte deniz yolu ucuz: g doğrusu altta
- Sabit ücreti düşük olan hava yolu küçük yükte, birim ücreti düşük olan deniz yolu büyük yükte avantajlı

Alıştırma — Kâr Hedefi

17. slayttaki şeker üreticisi ($FC = 1000$ TL, $c = 15$ TL, $p = 25$ TL) 1000 TL kâr etmek için kaç şeker üretip satmalıdır? (s.49)

Alıştırma — Kâr Hedefinden Fiyat

Bir ithalat işletmesinin aylık sabit giderleri 45.000 TL. Bir ürünün alışı, gümrüğü ve nakliyesi 850 TL tutuyor. İşletme ayda 190 ürün satıyor. Ayda 12.000 TL kâr etmek için ürünü kaç TL'ye satmalıdır?

Alıştırma — Kurye Seçimi

Bir işletme kurye firması seçecek. A firmasının aylık ücreti sabit ücret ve paket ücretinden oluşur: 200 pakette 7600 TL, 500 pakette 16.600 TL. B firması aylık 2000 TL ve paket başına 45 TL alıyor. B firması hangi paket sayılarında daha ucuzdur?

Alıştırma — 1. Haftanın Sorusu

1. haftada sorduğumuz soru: Gömlek ithal edip satıyorsunuz. Yıllık sabit giderleriniz 600.000 TL. Her gömlek size 300 TL'ye mal oluyor, siz 500 TL'ye satıyorsunuz. 1. haftada sohbet botu başa baş miktarını 3000 buldu. Doğru mu? Denklemi çözmeden kontrol ediniz. Yılda 5000 gömlek satarsanız kârınız ne olur? (M-1 s.174)

Bu Haftanın Yöntemleri — Özet

- **Maliyet, gelir, kâr:** $TC = c \cdot q + FC$, $R = p \cdot q$, $\pi = R - TC$; birim kâr $p - c$
- **Başa baş:** gelir ve maliyet fonksiyonları eşitlenir, $R = TC$ (ya da $\pi = 0$); başa baş miktarı ve başa baş geliri
- **Kâr için en az:** $\pi > 0$; sonuç tam sayıyla yazılır ("en az 67 birim")
- **Kâr hedefi:** $\pi =$ hedef
- **Tersten:** bilinen miktar yerine yazılır; birim maliyet ya da fiyat bulunur
- **Fiyat değişirse:** fiyat artınca birim kâr artar, başa baş miktarı azalır
- **İki seçenek:** iki fonksiyon eşitlenir, $f(x) = g(x)$; noktanın iki yanında hangisinin ucuz olduğu okunur

Gelecek Hafta

- Bugün: maliyet, gelir, kâr ve başa baş analizi
- Gelecek hafta: ikinci dereceden fonksiyonlar ve parabol