4170109 Matematik

4. Hafta — Eğim ve Değişim Oranı

16 Ekim 2026

14 Haftalık Program

1. Sayılar, işlem kuralları, üslü sayılar, mutlak değer
2. Denklem ve eşitsizlikler
3. Fonksiyon kavramı, doğrusal fonksiyonlar
4. **Eğim ve değişim oranı**
5. Arz, talep, piyasa dengesi
6. Maliyet, gelir, kâr, başabaş
7. İkinci dereceden fonksiyonlar, parabol
8. Tepe noktası, gelir maksimizasyonu
9. Ters fonksiyon, üstel fonksiyonlar
10. Logaritma, bileşik faiz, bugünkü değer
11. Ortalama değişimden anlık değişime: limit, süreklilik
12. Türev ve türev alma kuralları
13. Marjinal maliyet ve marjinal gelir
14. Ekstremum, türevle optimizasyon

Bugünün Planı

1. saat: eğim

- Geçen hafta tekrarı
- Doğrunun eğimi ve işareti
- Grafikten eğim
- Eğim ve değişim oranı
- Değer tablosu
- Alıştırma

2. saat: doğru denklemi

- Nokta ve eğim verildiğinde
- İki nokta verildiğinde
- Denklemden eğim
- Doğruyu çizme
- Orijinden geçen doğru
- Alıştırma

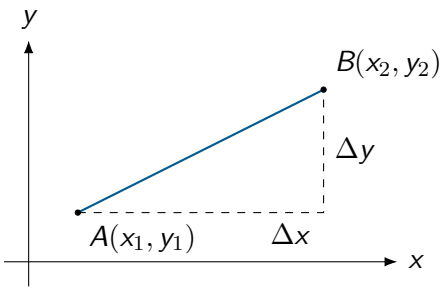
Geçen Hafta Tekrarı

- Doğrusal fonksiyon: $f(x) = ax + b \;\; (a \neq 0)$; grafiği eğik bir doğrudur
- Eksenleri kestiği noktalar: $(0, b)$ ve $(-b/a, 0)$; iki nokta birleştirilerek doğru çizilir
- Yatay doğru $y = b$: sabit fonksiyon
- Düşey doğru: fonksiyon değil (düşey doğru testi)
- Bugün: a katsayısının anlamı, yani doğrunun **eğimi**

Doğrunun Eğimi Nedir?

Bir doğrunun eğimi, doğru üzerindeki herhangi iki noktadan hesaplanır. $A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktaları için:

$$\text{Eğim} = m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



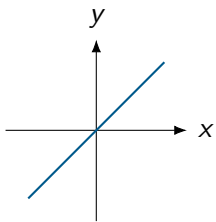
Doğrunun Eğimi — Örnek

$A(-3, 0)$ ve $B(0, 2)$ noktalarından geçen doğrunun eğimini bulunuz. (s.82)

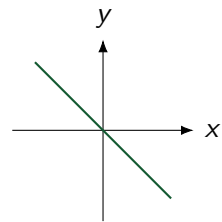
B'yi 1. nokta, A'yı 2. nokta alırsak sonuç değişir mi?

Eğimin İşareti — Pozitif ve Negatif

- **Pozitif** eğim: x artarken y artar (**artan doğru**), **sağa yatıktır**
- **Negatif** eğim: x artarken y azalır (**azalan doğru**), **sola yatıktır**



Pozitif eğim: sağa yatık



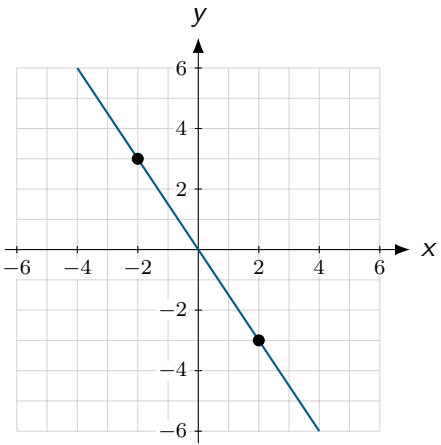
Negatif eğim: sola yatık

Eğimin İşareti — Sıfır ve Tanımsız

- Yatay doğru: y sabittir, $\Delta y = 0$, eğim $= 0$
- Düşey doğru: x sabittir, $\Delta x = 0$, eğim **tanımsızdır** (sıfıra bölme)
- Geçen hafta gördüğümüz düşey doğru testini hatırlayın: düşey doğru zaten fonksiyon tanımına uymuyordu

Doğrunun Eğimi — Örnek (2)

Doğrunun eğimini grafikten bulunuz.



Eğim ve Değişim Oranı

- Eğim, x bir birim arttığında y'de meydana gelen değişimdir. Bu değişime **değişim oranı** denir.
- Eğim pozitifse y artar, negatifse y azalır, sıfırsa y değişmez
- Doğrusal bir fonksiyonda bu değişim her yerde aynıdır

Eğim ve Değişim Oranı — Örnek

$f(x) = 3x + 2$ fonksiyonunda x, 5'ten 6'ya (1 birim) arttığında $f(x)$ ne kadar değişir? Bu sayı fonksiyonun neresinde görünüyor?

Değer Tablosu Yöntemi

Bir doğrunun grafiğini çizmenin bir başka yolu **değer tablosu**dur.

- x'e birkaç değer verilir
- Karşılık gelen y değeri hesaplanır
- Bulunan noktalar düzleme işaretlenir
- Noktalar birleştirilir

Değer Tablosu — Örnek

$f(x) = 2x - 1$ fonksiyonu için tabloyu doldurunuz. Son sütunda y verilmiş; x'i bulunuz.

x	-2	-1	0	1	2	
y						7

Alıştırma — Doğrunun Eğimi

$A(-1, 2)$ ve $B(3, k)$ noktalarından geçen doğrunun eğimi $\frac{3}{2}$ ise k kaçtır?

Alıştırma — Eğimin İşareti

$(a, 1)$ ve $(3, 7)$ noktalarından geçen doğrunun eğimi tanımsızsa a kaçtır?

Alıştırma — Değişim Oranı

$f(x) = ax + 5$ fonksiyonunda x, 1'den 3'e arttığında $f(x)$ 6 azalıyor. a kaçtır?

Ara

Doğru Denklemi — Nokta ve Eğim Verildiğinde

Bir doğrunun eğimi ve üzerindeki bir noktası biliniyorsa, denklemi aşağıdaki gibi yazılır:

$$y - y_1 = m\,(x - x_1)$$

Burada (x_1, y_1) bilinen nokta, m bilinen eğimdir.

Doğru Denklemi — Örnek

Eğimi 3 olan ve $(1, 2)$ noktasından geçen doğrunun denklemini yazınız.

Doğru Denklemi — Kesirli Eğim

Eğimi $\frac{2}{3}$ olan ve $(0, 2)$ noktasından geçen doğrunun denklemini yazınız. (s.83)

Doğru Denklemi — Örnek (2)

İki nokta biliniyorsa önce eğim, sonra denklem bulunur.

$(-1, -1)$ ve $(1, 3)$ noktalarından geçen doğrunun denklemini yazınız. (s.84-85)

Doğrunun İki Gösterimi

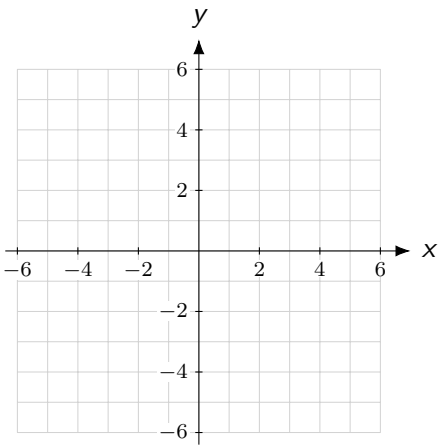
- $f(x) = ax + b$ biçimi (geçen hafta kullandık)
- $ax + by + c = 0$ biçimi (aynı doğrunun başka yazılışı)
- İkinci biçimde de eksen kesişimleri aynı yöntemle bulunur: x yerine 0 yazılır, sonra y yerine 0 yazılır
- $ax + by + c = 0$ biçiminde eğimi bulmak için önce y yalnız bırakılır (y'nin katsayısı sıfır değilse)
- Yalnız bırakınca x'in katsayısı eğimdir. Bu katsayı, $ax + by + c = 0$'daki a ile aynı olmak zorunda değildir.

Denklemden Eğim — Örnek

$2x + 5y - 10 = 0$ doğrusunun eğimini bulunuz.

Doğruyu Çizme — Örnek

$3x + 2y - 6 = 0$ doğrusunun eksenleri kestiği noktaları bulup çiziniz. (s.85)

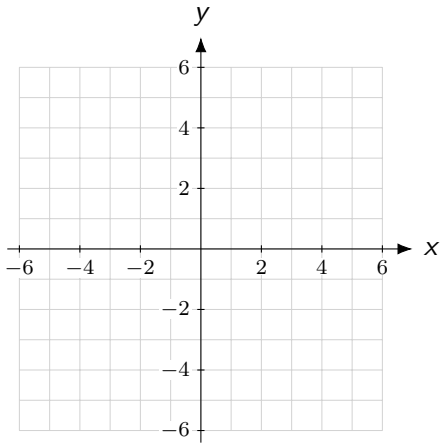


Orijinden Geçen Doğru

- $f(x) = ax$ biçiminde (sabit terim 0) iki eksen kesişimi de $(0, 0)$ noktasıdır; tek nokta doğruyu belirlemez
- Geçen hafta ikinci nokta için $x = 1$ konuyordu
- Eğimle: orijinden başlanır. $m = \Delta y/\Delta x$ ise Δx kadar sağa, Δy kadar yukarı gidilir. Eğim negatifse eksi işareti paya yazılır; Δx kadar sağa, Δy kadar aşağı gidilir.

Orijinden Geçen Doğru — Örnek

$y = 2x$ doğrusunu çiziniz.



Bu Haftanın Yöntemleri — Özet

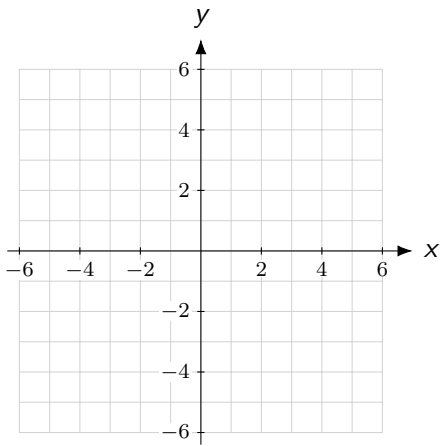
- **Grafikten eğim:** doğru üzerinde iki nokta okunur, $m = \Delta y / \Delta x$ hesaplanır
- **Denklemden eğim:** y yalnız bırakılır, x'in katsayısı eğimdir
- **Denklem yazma:** nokta ve eğim veya iki nokta verildiğinde $y - y_1 = m(x - x_1)$
- **Çizim (eksen kesişimi):** $x = 0$ ve $y = 0$ için karşılık gelen değer bulunur, iki nokta birleştirilir; sabit terim 0 ise ikinci nokta eğimle bulunur
- **Çizim (değer tablosu):** x'e değer verilir, y hesaplanır, noktalar birleştirilir

Alıştırma — Eksen Kesişimlerinden Denklem

Bir doğru x eksenini 4'te, y eksenini 2'de kesiyor. Denklemini yazınız.

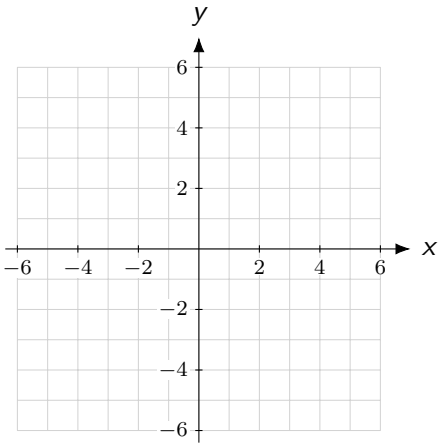
Alıştırma — Doğru Çizme

$y = x + c$ doğrusu x eksenini -3'te kesiyor.
c kaçtır? Doğruyu çiziniz.



Alıştırma — Orijinden Geçen Doğru

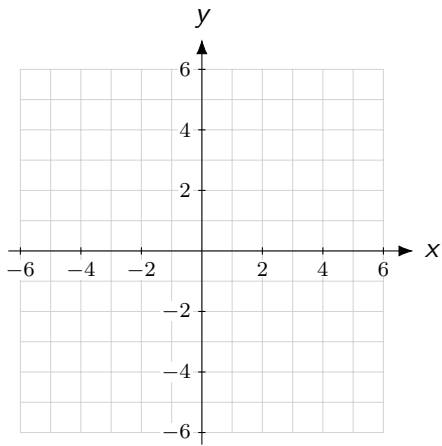
$y = -\frac{2}{3}x$ doğrusunu çiziniz.



Alıştırma — Değer Tablosuyla Çizim

$f(x) = \frac{1}{2}x + 1$ fonksiyonu için tabloyu doldurup doğruyu çiziniz. x değerlerini, y tam sayı çıkacak biçimde kendiniz seçiniz.

x					
y					



Gelecek Hafta

- Bugün: eğim, değişim oranı ve doğru denklemi
- Gelecek hafta: arz, talep ve piyasa dengesi